

经济订货批量研究

陈春锋, 姚冠新

(江苏大学 工商管理学院, 江苏 镇江 212013)

摘要 以企业生产物流中的库存管理为切入点,通过批量折扣的双箱系统模型,定量地分析了需求的再订购批量和折扣批量之间的关系。指出了JIT的局限性,并且简要地介绍了新型的库存管理方法—VMI(供应商管理用户库存),同时提出了一些见解。

关键词 库存 经济订货批量 双箱系统

中图分类号 F224.9

文献标识码 A

文章编号 1007-7375(2005)01-0041-04

Study of Economic Order Quantity

CHEN Chun-feng, YAO Guan-xin

(Business and Administration Institution, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract : This paper focuses on the inventory management in production logistics. A model of two-bin systems with price-break is employed to analyze the relationship between reordered quantity and economic order quantity. Also the paper discusses shortcomings of bringing JIT into effect, introduces a new method for inventory management, vendor managed inventory (VMI), and presents some suggestions.

Key words : inventory ; economic order quantity ; two-bin system

库存通常占企业全部投资的40%左右^[1],因此在一定程度上,库存就是浪费。全球范围内的许多公司都意识到控制库存的重要性,但是由于以下一些原因,企业必须持有一些库存^[2] :

1) 为了应付无法预料的顾客需求的变化 ;

2) 在许多情况下,供应的数量和质量、供应商的成本及交货时间存在很大的不确定性 ;

3) 运输企业因追求规模经济而鼓励企业运输大量产品,因而导致大量持有库存。

虽然持有库存具有必然性,但是库存会带来以下一些成本 : 1) 存储成本 2) 生产准备(生产变化)成本 3) 订购成本 4) 短缺成本。

由于库存具有两面性,因此合理库存量的控制对企业的生产具有十分重要的意义。一方面,能够保证销售的需要 ; 另一方面能够降低库存量,从而降

低库存占用资金,减少场地占用,降低经营成本,使企业能有更多的资金进行投资。

1 批量折扣的双箱系统模型

下面以比较切合企业实际的批量折扣(Price-Break Models)的双箱系统(Two-Bin System)模型为例来探讨需求的预测值与最佳订货批量之间的关系。

1.1 批量折扣模型和双箱系统的定义

批量折扣模型是指单价随订购批量变化而变化的模型。随着企业订货量的增大,供应商一般会降低单位产品的价格。如果购货厂家的订购量大于供应商规定的折扣限量,购货厂家就会得到优惠价格^[3] ; 但是当订货量小于这一限量时,供应商是否会给购买者折扣价格,这正是本文讨论的重点。

双箱系统又称双堆法,是指把全部库存在两个箱中,平常生产所需的货物从第一个箱中领取,而第二箱中的库存数量刚好等于再订购点的库存数量。在该系统中,当动用第二箱的库存时,就要向供应商发出订单,运用这种方法可以方便管理,不需要烦琐的连续监视,在取货的同时便能判定是否需要重新订货,补充库存。企业还可以在第二箱表面放置该项库存的订单表格、标明货源地址、EOQ 订货量等信息。

对于上述模型,作以下假设:

- 1) 售价的变化是不连续的;
- 2) 产品需求不是固定的,在一个范围内变化;
- 3) 提前期(从订购到收到货物的时间)是固定的;

4) 在一定的批量范围内,单位产品的价格是固定的;

5) 存储成本以平均库存为计算依据;

6) 所有对产品的需求都能满足(不允许延期交货);

7) 订购或生产准备成本固定;

8) 最大库存量不超过一个上限 M ;

9) 货物瞬时到达。

由于模型中各个时期的订货量不一定相同,因此对于不变的平均需求量,已订货物的数量所能维持的供应时间也不一定相同,即订货周期($t+L$)不一定相同。图 1 中, Q_2 与 I_2 之间的虚线表示由于提前期内需求量的波动而引起的平均需求量的变化(斜率发生了变化)。 Q_1 、 Q_3 、 Q_4 表示各阶段的最高库存, Q_2 = 安全库存 + 提前期内的需求量。在双箱系统中, $Q_1 - Q_2$ (或 $Q_3 - Q_2$ 或 $Q_4 - Q_2$) 表示第一个箱中的库存量,而 Q_2 就是第二个箱中的库存量。当第一个箱中的库存用完,动用第二个箱中的库存时,就向供应商订货,所以 Q_2 也就是再订购点。

在此模型中,作如下规定:

$\bar{d}$ ——日平均需求量; L ——提前期(从订购到收到货物之间的时间间隔。单位: d); z ——既定服务水平下的标准差个数; σ_L ——提前期中需求量的标准差; M ——库存上限; R ——订购批量; t ——两次再订购点之间的时间减去提前期; I ——现有库存量(订购的货物到达时,第二箱中的库存余量); H ——单位产品的天平均存储成本; S ——每次生产准备成本或订购成本; C ——单位产品成本; TC ——年订购总成本; D ——年需求量。

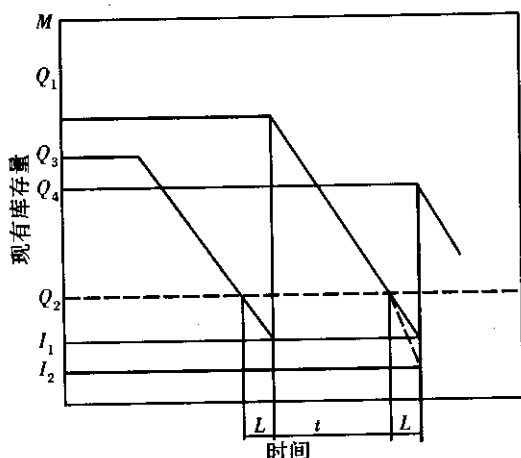


图 1 批量折扣的双箱系统库存控制模型

1.2 经济批量 Q 的计算

对于批量折扣模型,经济批量 $Q = \sqrt{\frac{2DS}{iC}}$ (i 存储成本占单价的百分比), 计算不同价格下的批量 Q , 比较不同批量 Q 所对应的总成本, 符合要求的最低的总成本相应的批量即为经济批量 Q_0 。当 D 、 S 、 C 、 i 一定时, Q 为常数。

由图 1 可知 再订购批量

$$R = \bar{d}(t+L) + \sigma_L = \bar{d}t + (Q_2 - I) \quad (1)$$

式(1)中间部分是指在平均需求量为 $\bar{d}$ 的条件下, $t+L$ 时间内的需求量, 再加上安全库存量 σ_L , 就是再订购批量 R 。式(1)右边是指在平均需求量为 $\bar{d}$ 的条件下, 时间 t 内的需求量, 再加上提前期内消耗的数量 $(Q_2 - I)$, 其结果也就是再订购批量 R 。

从式(1)可看出: 当 $t=0$ 时, $R = Q_2 - I$ 。特别地, 当 $I=0$ 时, $R = Q_2$ 。所以 R 在 $(Q_2 - I) \sim M$ 之间变化。

对式(1)变形整理得: $Q_2 = \bar{d}L + \sigma_L + I$ 。从此式可看出 Q_2 由三部分组成, 这就说明第二箱的库存量不仅要满足提前期内的需求量, 而且由于不允许缺货, 也就是要保证 100% 满足需求(在现实中, 一般不采用 100% 的服务水平)。所以安全库存 σ_L 一定要能够满足最大需求(此例中取 $z = 3.00 \sim 4.50$, 因为在这范围中的取值, 可保证期望缺货数量 $E(z) = 0$, 即不缺货), 这样库存就可能出现剩余, 这就是现有库存量 I 。当需求量达到最大时, $I=0$; 当需求量最小时, $I = \text{安全库存} = \sigma_L + I$ 。

1.3 再订购数量 R 的计算

由式(1)可知,要计算再订购的数量 R ,需要确定以下参数 $\bar{d}$ 、 σ_L 、 z ,下面来计算这些参数。

提前期内的日平均需求量 $\bar{d} = \sum_{i=1}^L d_i / L$ (i 为提前期的天数, $i = 1, 2, \dots, L$), 所以日需求量的标准差为:

$$\sigma_d = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^L (d_i - \bar{d})^2 \right] / L}。$$

由于 σ_d 指的是一天的标准差,如果提前期 L 为若干天,并且由于提前期内每天都相互独立,所以

$$\sigma_L = \sqrt{\sum_{i=1}^L \sigma_d^2} \quad [4]$$

把 σ_L 、 $\bar{d}$ 代入式(1)得再订购点的数量:

$$Q_2 = \sum_{i=1}^L d_i L + z \sqrt{\sum_{i=1}^L \sigma_L^2} + I_0 \quad (2)$$

设相邻两次货物到达时的库存余量分别为 I_1 、 I_2 。这样年订购总成本可表示为:

$$TD = DC + \frac{D}{R}S + \frac{R + I_1 + I_2}{2}(t + L)H \quad (3)$$

$$\text{式(3)对 } R \text{ 式求导得: } \frac{dTC}{dR} = -\frac{DS}{R^2} + \frac{(t + L)}{2}H。$$

令此式等于零整理得: $R = \sqrt{\frac{2DS}{(t + L)H}}$ 。式(3)对 R

求二次导数得: $\frac{d^2TC}{dR^2} = \frac{2DS}{R^3} > 0$ 。所以当

$$R = \sqrt{\frac{2DS}{(t + L)H}} \quad (4)$$

时, TC 最小。

由于上式存在变量 t , 下面来求 t 。

对式(3)变形得:

$$TC = DC + \frac{365}{t + L}S + \frac{R + I_1 + I_2}{2}(t + L)H \quad (5)$$

(设: 一年为 365 d)。

$$\text{式(5)对 } t \text{ 求导得: } \frac{dTC}{dt} = -\frac{365S}{(t + L)^2} +$$

$\frac{R + I_1 + I_2}{2}(t + L)H$ 。令它等于零得:

$$t + L = \sqrt{\frac{730S}{(R + I_1 + I_2)H}} \quad (6)$$

$$\text{式(5)对 } t \text{ 求二阶导数得: } \frac{d^2TC}{dt^2} = -\frac{730S}{(t + L)^3} >$$

0, 所以当 $t + L = \sqrt{\frac{730S}{(R + I_1 + I_2)H}}$ 时, 存在最小总成本。把式(6)代入式(4)得:

$$R = \frac{D + \sqrt{D^2 + 1460DH(I_1 + I_2)}}{730H}。$$

从式(1)可知 由于提前期 L 已知, 销售时间 t 可算出, 所以一旦服务水平确定, 根据以往提前期内的需求量, 计算 $\bar{d}$ 、 σ_L 的值, 就能粗略地估计订货批量。

若 $R < Q$, 则订购数量为 Q , 其年订购总成本为: $TC = DC + \frac{D}{Q}S + \frac{Q + I_1 + I_2}{2} \cdot \frac{365Q}{D}H。$

若 $R > Q$:

1) R 和 Q 在同样价格的批量范围内。这时订购批量为及时的总成本: $TC = DC + \frac{D}{R}S + \frac{R + I_1 + I_2}{2} \times \frac{365R}{D}H$ 。式(6)计算订购与这批量范围相邻且价格

更低的批量范围下限 A 的总成本 TC'_A 。如果 $TC > TC'_A$, 则订购批量为 A ; 反之, 则订购批量为 R 。

2) R 和 Q 在不同的批量范围内。因此 R 所在批量范围的价格比 Q 所在批量范围的价格低。为了 100% 满足需求, 订购批量必须大于等于 R 。如果不存在单价更低的批量范围, 则订购批量为 R , 其一次订购总成本 TC 同式(6) 如果存在单价更低的批量范围, 计算订购该批量下限 B 的总成本 TC'_B 。如果 $TC > TC'_B$, 则订购批量为 B ; 反之, 则订购批量为 R 。

批量折扣的双箱系统模型在满足需求条件下, 降低了库存成本, 使年订购总成本 TC 最低。在此模型中, 由于第二箱中的数量就是再订购点的数量, 所以能够清楚地知道何时需要再订货。

2 实例

有一双箱系统的批量折扣模型。某一时刻的库存有关数据如下:

$D = 10\,000$ 件, $S = \$20/\text{次}$; $i = 20\%$, $I_1 = 15$ 件, $I_2 = 8$ 件, $z = 4.0$, $M = 1\,600$ 件, $H = \$0.04/d$,

$$C = \text{单位成本} = \begin{cases} \$5, & 0 \sim 499 \text{ 件}; \\ \$4.5, & 500 \sim 999 \text{ 件}; \\ \$3.9, & 1\,000 \text{ 件以上。} \end{cases}$$

$L = 6d$, $d_1 = 140$ 件, $d_2 = 150$ 件, $d_3 = 160$ 件, $d_4 = 170$ 件, $d_5 = 130$ 件, $d_6 = 180$ 件。

求最优订购批量。

经计算得: $\bar{d} = 156.67$; $\sigma_L = \sqrt{\sum_{i=1}^L \sigma_d^2} = 42$ 把上述结果代入式(5)得: $R = 740(\text{件}) < M_0$ 。

$Q = \sqrt{\frac{2DS}{iC}}$, 利用上述公式进行求解, 结果如下:

1) $C = \$3.9$ 时, $Q = 716$, 不可行;

2) $C = \$4.5$ 时, $Q = 666$, 可行, 总成本 = \$455 99.70;

$Q = 1000$ 时, 总成本 $TC = \$39 590$, 最低。

但由于 $R < Q$, 所以订购批量为 $Q = 1000$ 件, $TC = \$39 590$ 。

3 结束语

库存最理想的状态就是零库存, 这就是 JIT 库存管理的思想^[5]。在此种管理模式库存的持有成本降到了最低, 但由于交通、气候、产品质量、需求波动等的影响, 无法保证随时供货, 因此难以实现零库存。由于这些问题的存在, 出现了 VMI 的管理模式^[6]。VMI 的基本设想是力图通过集成供应链上各节点企业的库存控制职能, 从而达到降低整体库存费用的目的。VMI 以信息共享为基础, 通过信息共享增强了供应链上企业库存的透明度, 供应商可以随时知道其下游的经销商的库存情况, 准确把握订货的时间和数量, 能够及时适量地组织生产, 减少了

生产的盲目性。此外, 下游企业让上游企业获得库存、销售信息对 VMI 的实施更为关键! 当然, 下游经销商也可以在上游的供应商企业中入股, 至于占多少股份, 在确保双方利益的前提下他们可以协商。这能够促使他们为了共同的利益, 消除组织壁垒, 进行信息共享, 以此来减少系统的总库存, 降低系统的总成本^[7]。但是不难看出, 由于企业间难于合作, 因此 VMI 具有一定的局限性, 企业应根据实际情况来应用。

参考文献:

- [1] 王 成. 现代物流管理实物与案例[M]. 北京: 企业管理出版社, 2001. 105-115.
- [2] 宋力刚. 国际化企业现代物流管理[M], 北京: 中国石化出版社, 2001. 185-192.
- [3] 王槐林, 刘明菲. 物流管理学[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2002. 132-145.
- [4] 理查德莱斯, 阿奎拉诺, 亚革不斯. 生产动作管理—制造与服务[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2001. 318-332.
- [5] 宋伟刚. 物流工程及应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2003. 48-57.
- [6] 柳 键. 供应链合作及其契约研究[J]. 管理工程学报, 2004, 18(1): 35-87.
- [7] 李纯青. 最优回报计划的设计与应用[J]. 预测, 2004, 23(2): 61-65.

(上接第 32 页)

[11] 郑小林, 郑希俊, 余中华. 基于约翰逊曲线拟合的非正态工序能力指数估算方法[J]. 机械科学与技术, 2002, 21(6): 878-880.

[12] Clements J A. Process capability calculations for non-normal distributions [J]. Quality Progress, 1989, 22(2): 49-55.

[13] K S Krishnamoorthi, Suraj Khatwani. A capability index for all

occasions [A]. Annual Quality Congress Proceedings[C]. Milwaukee: American Society for Quality, 2000. 77-81.

[14] Schneider Helmut, James Pruett, Cliff Legrange. Uses of process capability, 8(2): 225-235.

[15] 卓德保. 非正态分布条件下工序能力的度量 [J]. 世界标准化与质量管理, 1997, 9(8): 14-17.

(上接第 40 页)

国家的事故状况、统计数据和指标的对比研究揭示了我国在煤炭事故基础统计工作方面存在的缺陷和不足之处, 弥补与完善这些方面的欠缺, 应当是我国今后煤炭事故研究工作的重点之一。

参考文献:

- [1] 我国煤炭工业形势全面好转 [J/OL]. <http://www.cctd.com.cn/html/detail/02/12/27/0951187.html> ?

1043640059477. 2002-12-27.

[2] 国家安全生产监督管理局(国家煤矿安全监察局)调度中心. 2002 年 1-11 月全国伤亡事故情况分析 [DB/OL]. http://www.chinacoal.gov.cn/meikuang_anquan/2002-12/28/content-8891.htm, 2002-12-28.

[3] Coal Production in the USA by primary activities, 1978-2002 [DB/OL]. Mine Safety and Health Administration, <http://www.msha.gov/STATS/PART50/WQ/1978/wq18c102.htm>, 2003-01-08.

作者: [陈春锋](#), [姚冠新](#), [CHEN Chun-feng](#), [YAO Guan-xin](#)
作者单位: [江苏大学, 工商管理学院, 江苏, 镇江, 212013](#)
刊名: [工业工程](#) **ISTIC PKU**
英文刊名: [INDUSTRIAL ENGINEERING JOURNAL](#)
年, 卷(期): 2005, 8(1)
被引用次数: 3次

参考文献(7条)

1. [李纯青](#) [最优回报计划的设计与应用](#)[期刊论文]-[预测](#) 2004(02)
2. [柳键](#) [供应链合作及其契约研究](#)[期刊论文]-[管理工程学报](#) 2004(01)
3. [宋伟刚](#) [物流工程及应用](#) 2003
4. [理查德莱斯](#); [阿奎拉诺](#); [亚革不斯](#) [生产动作管理-制造与服务](#) 2001
5. [王槐林](#); [刘明菲](#) [物流管理学](#) 2002
6. [宋力刚](#) [国际化企业现代物流管理](#) 2001
7. [王成](#) [现代物流管理实物与案例](#) 2001

本文读者也读过(4条)

1. [孙润田](#), [魏兰阁](#) [经济订货批量模型的探讨](#)[期刊论文]-[商场现代化](#)2007(34)
2. [陈荣](#), [吴金南](#) [理想经济订货批量及其改进模型](#)[期刊论文]-[物流技术](#)2004(7)
3. [蒋惠园](#), [程小飞](#) [经济订货批量\(EOQ\)数学模型研究](#)[期刊论文]-[武汉理工大学学报\(交通科学与工程版\)](#) 2003, 27(4)
4. [刘慧](#), [宋广华](#) [经济订货批量模型及其扩展](#)[期刊论文]-[商场现代化](#)2008(34)

引证文献(5条)

1. [郭涛](#), [刘艳锐](#) [JIT环境下基于数量折扣的订货模型研究](#)[期刊论文]-[科学技术与工程](#) 2012(8)
2. [曲春梅](#), [张连波](#) [JIT供货下的供应商经济生产批量建模分析](#)[期刊论文]-[中国电子商务](#) 2011(5)
3. [张伟娜](#), [王修来](#) [企业物资采购与存储优化模型及应用](#)[期刊论文]-[物流技术](#) 2010(4)
4. [任贵清](#) [关于我国企业实现准时化采购的研究](#)[期刊论文]-[中国商贸](#) 2009(19)
5. [董国强](#), [张翠华](#), [马林](#) [基于JIT理论的供应链采购模式分析](#)[期刊论文]-[现代管理科学](#) 2006(2)

本文链接: http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_gygc200501011.aspx